

## Ejercicios de campos y fuerzas conservativos

1. La condición que debe cumplirse para que se cumpla la conservación de la energía es que las fuerzas que intervengan sean conservativas. Una fuerza es conservativa si el trabajo realizado para desplazar una partícula entre dos puntos es independiente de la trayectoria seguida entre tales puntos. Por ejemplo, la fuerza de rozamiento es una fuerza no conservativa.

Las condiciones para que un campo de fuerzas sea conservativo son:

1. Un campo de fuerzas  $F(\mathbf{r})=F(x,y,z)$  es conservativo si y sólo si podemos encontrar una función escalar potencial llamada **función de energía potencial**  $V(\mathbf{r})=V(x,y,z)$ , de la cual su gradiente sea esa fuerza. Es decir, para saber si un campo de fuerzas es conservativo debe cumplirse que:

$$\text{Hay un campo escalar } V(\mathbf{r})_{\text{con}} \mathbf{F}(\mathbf{r}) = -\nabla V(\mathbf{r})$$

donde  $\nabla V(r)$  es el gradiente del campo escalar  $V(\mathbf{r})$ .

2. Un campo de fuerzas es **conservativo** si, y solo si, el rotacional de ese campo vectorial en todos los puntos es cero:

$$\nabla \times \vec{F} = 0$$

Dada un campo de fuerzas dado por:  $\mathbf{A} = (y\cos(xy) + 1/x) \mathbf{i} + (x\cos(xy)) \mathbf{j} + (1/z) \mathbf{k}$

Demostrar que este campo es conservativo.

2. La siguiente función define la energía potencial de un sistema :  $E_p(x) = \frac{1}{2} Kx^2$ , en el que una masa  $m$  está unida a un muelle de constante elástica de fuerza  $k$ . Determinar el campo de fuerzas conservativo que define el sistema

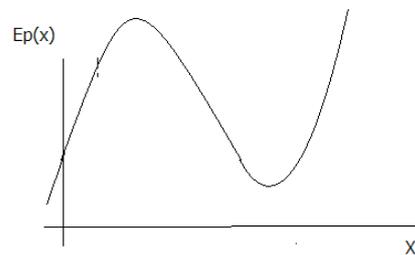
3. Un resorte de masa despreciable obedece a una ley de elasticidad dada por la expresión  $F_e(x) = -60 \cdot x - 18 \cdot x^2$ .

a) Calcular la función de energía potencial elástica del muelle, si cuando  $x$  es cero, dicha energía es cero.

4. Sea una fuerza conservativa  $F(x)$  que produce una energía potencial dada por la expresión  $E_p(x) = \frac{1}{3}x^3 - 3x^2 + 8x + 2$ , con una grafica con la forma de la

figura. Se pide:

- a) Calcular la expresión de  $F(x)$
- b) Estudiar los puntos de equilibrio
- c) Trabajo realizado por la fuerza desde el punto  $x = 3$  hasta el punto  $x = 6$



5. Determinar si el siguiente campo de fuerzas es conservativo:  $\vec{F} = (ay, az, ax)$